

大規模地震時における埋立て地盤の液状化現象を表現する弾塑性構成モデル

太田 秀樹¹⁾, 大野 進太郎²⁾, 〇青木 孝憲³⁾

- 1) 東京工業大学 理工学研究科 国際開発工学専攻, ohta@ide.titech.ac.jp
- 2) 立命館大学 総合理工学研究機構, ohno-a@st.ritsumeit.ac.jp
- 3) 東京工業大学 理工学研究科 国際開発工学専攻, t.aoki@ide.titech.ac.jp

1. はじめに

1995年兵庫県南部地震では、埋立て地盤が液状化したことによる甚大な被害が報告されている。首都圏において大規模地震が発生した場合、兵庫県南部地震と同様に埋立て地盤が液状化し、深刻な被害をもたらすことが懸念される。埋立て地盤の液状化を定量的に予測し事前にその対策を練っておくためには、埋立て地盤の液状化現象を表現できる力学モデルを組み込んだ動的解析手法を確立が必要と考えられる。

一般に埋立て地盤の液状化強度は、室内土質試験で得られる相対密度が同程度の砂試料の液状化強度よりも小さいと言われている。相対密度が同程度の砂地盤の液状化強度の相違は、砂地盤の内部構造の影響を考慮しなければ説明できない。

本研究では、埋立て地盤の液状化現象を表現できる力学モデルを組み込んだ動的解析手法を確立するための第1段階として、砂地盤の内部構造の影響を考慮できる弾塑性構成モデルを整備し、応力異方性・過圧密状態・砂の内部構造が液状化強度に与える影響を過去に得られている実験的知見と矛盾なく表現できているか検証する。

2. 埋立て地盤の液状化を表現する力学モデル

2.1 内部構造の影響のモデル化

図1は石黒¹⁾による3種類の地盤に対する振動台試験の結果を表している。図中の地盤Aは初期地盤であり、地盤Bは地盤Aを液状化させた後自然堆積させた地盤、地盤Cは地盤Aを吸水+締固めによって液状化させずに相対密度を増加させた地盤である。地盤Bは液状化後の堆積によって相対密度が高まっているにもかかわらず、地盤Aよりも液状化しやすくなっていることがわかる。また地盤Cは地盤Bと同程度の相対密度であるが、はるかに液状化しにくい結果となった。埋立て地盤に代表される人工地盤は、その施工過程から地盤Bに最も類似した状態であると推察できる。

また、石黒¹⁾はSEMを用いて地盤ABCの内部構造

をそれぞれ観察している(図2参照)。地盤ABは土粒子が水平方向に配列している傾向があり、地盤Cでは土粒子がランダムに配列している傾向がある。地盤BCの液状化強度の相違は、砂の内部構造と深く関係していることを示している。

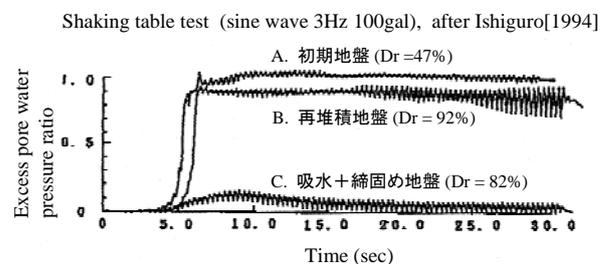


図1 石黒¹⁾による振動台試験

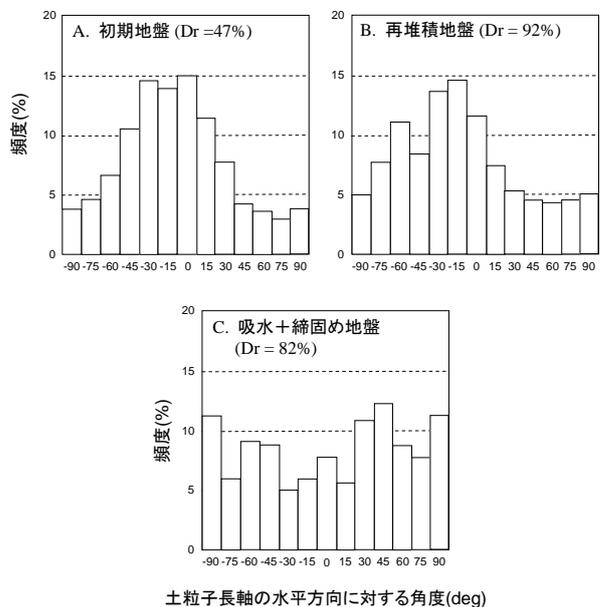


図2 SEMによる砂の内部構造の観察結果¹⁾

砂の液状化現象は、地震などのくり返しせん断によって過剰間隙水圧が蓄積することによりもたらされる。またこの過剰間隙水圧は、砂の体積収縮と表裏一体の関係にある。これらのことから、土粒子がランダムに配列している砂地盤は、くり返しせん

断を受けてもあまり体積収縮が起らないが、それに対し土粒子が水平に配列している砂地盤は、くり返しせん断を受けて大きな体積収縮が起こると解釈できる。本研究では上述した砂地盤の内部構造の影響による体積圧縮特性の相違を、浅岡ら²⁾³⁾による上負荷面モデルを用いてモデル化する。

上負荷面モデルは、通常の降伏曲面（正規降伏曲面）の外側に定義される相似形の負荷面である（図3参照）。塑性変形に伴って上負荷面が相対的に収縮（正規降伏曲面は膨張）することにより、古典的な弾塑性論では説明できない体積圧縮を表現する（図4参照）。上負荷面の収縮による体積圧縮は、初期上負荷面が大きいほど顕著に現れる。このことから、土粒子が水平に配列している砂地盤ほど初期上負荷面が大きく（圧縮性大）、土粒子がランダムに配列している砂地盤は初期上負荷面が小さい（圧縮性小）と説明できる。

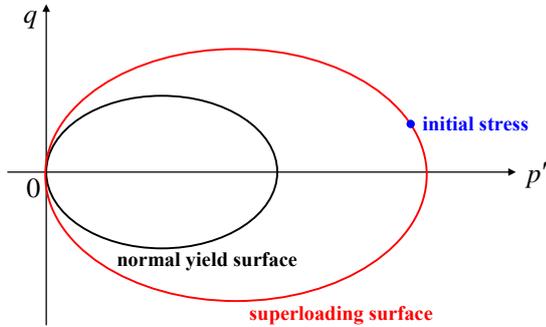


図3 上負荷面と正規降伏曲面の概念図

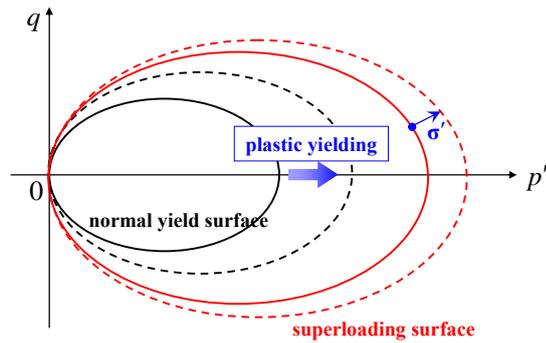


図4 上負荷面の収縮による硬化

2.2 上・下負荷面，回転硬化を導入した修正 Cam-Clay モデル

本研究では、砂地盤の液状化解析で実績のある橋口ら⁴⁾による弾塑性構成モデルに上負荷面モデルを導入する。以下に本研究で使用する弾塑性構成モデルの概要を示す（図-1参照）。まず、正規降伏曲面（修正 Cam-clay モデル）の外側に相似形の上負荷面を定義する。上負荷面に対するの正規降伏曲面

大きさの比（相似比）を R^* とする。上負荷面は、塑性変形と共に次第に収縮する。その収縮速度は式(1)によって決まる³⁾。

$$\dot{R}^* = \frac{m_a}{D} (R^*) (1 - R^*) \|\dot{\epsilon}^p\| \quad (1)$$

ただし、 m_a ：上負荷面の収縮速度を制御するパラメータであり、 D ：ダイレイタンス係数⁵⁾、 $\dot{\epsilon}^p$ ：塑性ひずみ速度テンソルである。次に上負荷面の内側に相似形の下負荷面⁶⁾⁷⁾を定義する。現応力は常に下負荷面上にある。上負荷面に対する下負荷面の大きさの比（相似比） R は、過圧密比と説明できる。下負荷面は、塑性変形に伴い次第に膨張する。その膨張速度は式(2)によって決まる⁷⁾。また、下負荷面の相似中心 σ'_a の移動は式(3)によって決まる⁴⁾。

$$\dot{R} = -\frac{m}{D} \ln R \|\dot{\epsilon}^p\| \quad (2)$$

$$\dot{\sigma}'_a = \frac{c}{R} \|\dot{\epsilon}^p\| (\sigma' - \sigma'_a) + \frac{1}{F} \left\{ \dot{F} - \frac{\partial f(p'_a, \eta'_a)}{\partial \eta_e} \dot{\eta}_e \right\} \sigma'_a \quad (3)$$

ただし、 m ：下負荷面の膨張速度を制御する入力パラメータ、 σ' ：有効応力テンソル、 c ：相似中心の移動速度を制御する入力パラメータ、 η_e ：降伏曲面の傾きを表すテンソル、 f ：降伏関数、 p'_c ：先行圧密圧力である。また、本研究では、塑性変形に伴う異方性の変化（応力誘導異方性）を降伏面の回転と考える。式(4)は、その回転速度を表す³⁾。

$$\dot{\eta}_e = b_r \|\dot{\epsilon}^p\| \{ m_r (\bar{\eta} - \eta_e) - \|\bar{\eta} - \eta_e\| \eta_e \} \quad (4)$$

ただし、

$$\bar{\eta} \equiv \frac{s - (1 - R) s_a}{p' - (1 - R) p'_a}, \quad p' \equiv \frac{1}{3} \text{tr} \sigma', \quad s \equiv \sigma' - p' \mathbf{1} \quad (5)$$

$$p'_a \equiv \frac{1}{3} \text{tr} \sigma'_a, \quad s_a \equiv \sigma'_a - p'_a \mathbf{1} \quad (6)$$

であり、 b_r ：降伏面の回転速度、 m_r ：回転限界を制御する入力パラメータ、 $\dot{\epsilon}^p$ ：塑性偏差ひずみ速度テンソルである。また、硬化関数として橋口にならない、塑性体積ひずみに加えてせん断硬化の概念を導入することにする。式(7)に硬化関数を示す⁴⁾。

$$\dot{H} = \dot{\epsilon}_v^p + \mu \|\dot{\epsilon}^p\| \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\|s\|}{p'} - M_d \right) \quad (7)$$

ただし、 μ ：せん断硬化／軟化の影響、 M_d ：せん断硬化／軟化の境界を制御するパラメータであり、 $\dot{\epsilon}_v^p$ は塑性体積ひずみ速度テンソルである。

以上のような理論拡張を踏まえて応力-ひずみ関係導出のための支配方程式をまとめたものが、図6である。図6の支配方程式を連立し、応力-ひずみ関係にまとめると、

$$\dot{\sigma}' = \left(\mathbf{C}^e - \frac{\mathbf{C}^e : \bar{\mathbf{N}} \otimes \bar{\mathbf{N}} : \mathbf{C}^e}{D_p + \bar{\mathbf{N}} : \mathbf{C}^e : \bar{\mathbf{N}}} \right) : \dot{\epsilon} = \mathbf{C}^{ep} : \dot{\epsilon} \quad (8)$$

となる。ただし、

$$C^e = K1 \otimes 1 + 2GA \quad (9)$$

$$K = \frac{1+e_0}{\kappa} p', \quad G = \frac{3(1-2\nu')}{2(1+\nu')} K \quad (10)$$

$$\bar{N} = \frac{\partial f(\bar{\sigma}', \eta_e)}{\partial \bar{\sigma}'} \bigg/ \left\| \frac{\partial f(\bar{\sigma}', \eta_e)}{\partial \bar{\sigma}'} \right\| \quad (11)$$

$$D_p = \bar{N} \left\{ (1-R) \left[c(\sigma' - \alpha) + \frac{A}{F} \alpha \right] + m(\ln R) \alpha \right\} + \bar{N} \bar{\sigma}' B \quad (12)$$

$$A = F'h - b_r \|\bar{N}_s\| \{ m_r (\bar{\eta} - \eta_e) - \|\bar{\eta} - \eta_e\| \eta_e \} \partial_{\eta_e} f(p'_a, \eta_a^*) \quad (13)$$

$$B = \frac{F'}{F} h - \frac{m}{R} \ln R - \frac{m_a}{R^*} (R^*)^{m_b} (1-R^*)^{m_c} \quad (14)$$

$$- \frac{R^*}{RF} b_r \|\bar{N}_s\| \{ m_r (\bar{\eta} - \eta_e) - \|\bar{\eta} - \eta_e\| \eta_e \} \partial_{\eta_e} f(\bar{\sigma}', \eta_e)$$

である。

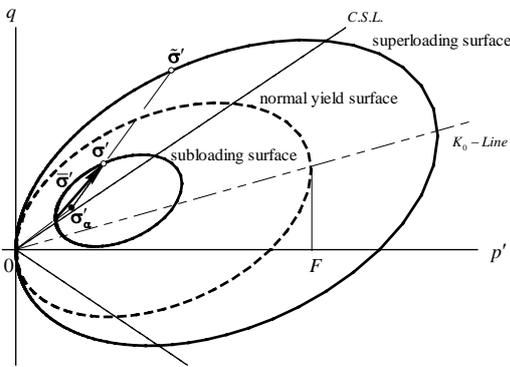


図5 上・下負荷面，正規降伏曲面の概念図

・ひずみの弾塑性分解	$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^p$
・弾性構成モデル	$\dot{\sigma}' = C^e : \dot{\varepsilon}^e$
・関連流れ則	$\dot{\varepsilon}^p = \gamma \bar{N}$
・降伏関数	$f(\bar{\sigma}', \eta_e) = \bar{p}' \left(1 + \left(\frac{\bar{q}'}{M} \right)^2 \right) - \frac{R}{R^*} F(H)$
・適応条件	$\dot{f}(\bar{\sigma}', \eta_e) = \frac{\partial f(\bar{\sigma}', \eta_e)}{\partial \bar{\sigma}'} \dot{\bar{\sigma}}' + \frac{\partial f(\bar{\sigma}', \eta_e)}{\partial \eta_e} \dot{\eta}_e$ $= \frac{R}{R^*} \dot{F} + \frac{\dot{R}}{R} F + \frac{R\dot{R}}{(R^*)^2} F$
・上負荷面発展則	$\dot{R}^* = \frac{m_a}{D} (R^*) (1-R^*) \ \dot{\varepsilon}^p\ $
・下負荷面発展則	$\dot{R} = -\frac{m}{D} (\ln R) \ \dot{\varepsilon}^p\ $
・相似中心発展則	$\dot{\sigma}'_a = \frac{c}{R} \ \dot{\varepsilon}^p\ (\sigma' - \sigma'_a) + \frac{1}{F} \left\{ \dot{F} - \frac{\partial f(p'_a, \eta_a^*)}{\partial \eta_e} \dot{\eta}_e \right\} \sigma'_a$
・回転硬化発展則	$\dot{\eta}_e = b_r \ \dot{\varepsilon}^p\ \{ m_r (\eta - \eta_e) - \ \eta - \eta_e\ \eta_e \}$
・等方硬化則	$\dot{H} = \dot{\varepsilon}^p + \mu \ \dot{\varepsilon}^p\ \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\ \dot{\sigma}'\ }{p'} - M_a \right)$

図6 応力-ひずみ関係の支配方程式

3. 力学モデルの検証

3.1 応力異方性が液状化強度に与える影響

石原ら⁸⁾は、先行時の土圧係数 K_0 が0.5から1.5の砂試料の液状化強度を比較し、以下の実験式を提案している：

$$(\tau_d/\sigma'_{v0})_A = \frac{1+2K_0}{3} (\tau_d/\sigma'_{v0})_I \quad (15)$$

ただし、 $(\tau_d/\sigma'_{v0})_A$ は、異方圧密された砂の液状化強度、 $(\tau_d/\sigma'_{v0})_I$ は等方圧密された砂の液状化強度であり、 τ_d ：くり返しせん断応力、 σ'_{v0} ：先行有効上載圧である。式(15)を整理すると、

$$(\tau_d/\sigma'_{v0})_I = \left(\tau_d / \left(\frac{1+2K_0}{3} \sigma'_{v0} \right) \right)_A = (\tau_d/p'_0)_A \quad (16)$$

となる。つまり、 τ_d を σ'_{v0} ではなく先行平均有効応力 p'_0 により無次元化すれば、異方性による影響はキャンセルされ等方・異方にかかわらず同じ液状化強度になるということである。

2.2において導出した力学モデルが予測する液状化強度が、「応力異方性が液状化強度に及ぼす影響」をうまく表現できるかを検証するために、 K_0 値をパラメトリックにかえた応力振幅一定の非排水くり返し単純せん断シミュレーションを行った。

この数値解析では、初期応力条件を正規圧密状態と設定した。先行時の土圧係数 K_0 と初期応力の土圧係数 K_i は、0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 1.0と設定した。また、すべての解析ケースにおいて同一密度を想定するために、有効先行上載圧 σ'_{v0} 、有効上載圧 σ'_{vi} をともに98(kPa)とした。表1は、数値解析に用いた入力パラメータを表している。また、応力振幅 τ_d は、4.9, 9.8, 14.7, 19.6, 24.5, 29.4(kPa)と設定した。入力するせん断ひずみ増分は $\Delta\gamma = \pm 0.01(\%)$ とした。数値解析の結果として出力されるせん断応力 τ が所定の応力振幅 τ_d になったときに、入力するせん断ひずみ増分の符号を逆転させる。

図7は、初期有効上載圧 σ'_{vi} により無次元化した応力振幅 τ_d とせん断ひずみ γ が両振幅で5%に達したときのくり返し回数との関係(液状化強度曲線)を表している。 K_0 値が小さい(異方的な)ほど、液状化強度曲線は左下にシフトし、全体的に液状化強度が低くなるのがわかる。ただし、くり返し回数的小数点以下は、(せん断ひずみ増分)/(半サイクルに要した総せん断ひずみ)により半サイクルごとに算出した。

図8は、数値解析の結果と石原ら⁸⁾による実験式との整合性を調べる目的で整理した、初期有効平均主応力 p'_i により無次元化した応力振幅 τ_d とせん断ひずみ γ が両振幅で5%に達したときのくり返し回数との関係を表している。ほとんどすべての解析結果が、 $K_0 = 1.0$ の場合の液状化強度曲線上に載る結果となった。この数値解析結果は、石原ら⁸⁾による実験式(15)と整合している。

表 1 入力パラメータ

D	Λ	M	ν'	m	c	b_r	m_r	μ	M_d
0.051	0.697	1.22	0.344	0.1	30.0	1.0	0.8	2.0	0.8

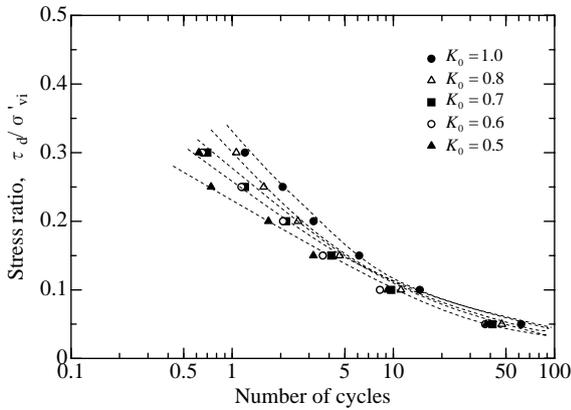


図 7 液状化強度曲線 (異方性の影響)

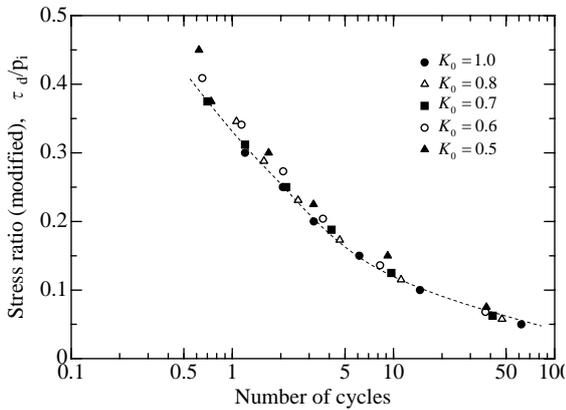


図 8 修正した液状化強度曲線 (異方性の影響)

3.2 過圧密状態が液状化強度に与える影響

石原ら⁹⁾は、過圧密比 OCR が 1.0 から 10.0 の砂試料の液状化強度を比較し、以下の実験式を提案している：

$$(\tau_d / \sigma'_{v0})_{OC} = \sqrt{OCR} (\tau_d / \sigma'_{v0})_{NC} \quad (17)$$

ただし、 $(\tau_d / \sigma'_{v0})_{OC}$ は、過圧密状態にある砂の液状化強度、 $(\tau_d / \sigma'_{v0})_{NC}$ は正規圧密状態にある砂の液状化強度である。近年では式(17)を拡張解釈し、

$$(\tau_d / \sigma'_{v0})_{OC} = (OCR)^n (\tau_d / \sigma'_{v0})_{NC} \quad (18)$$

とするのが一般的である (たとえば沼田ら¹⁰⁾)。式(18)を整理すると、

$$(\tau_d / \sigma'_{v0})_I = (\tau_d / (OCR)^n \sigma'_{v0})_A \quad (19)$$

となる。つまり、くり返しせん断応力 τ_d を σ'_{v0} ではなく $(OCR)^n \sigma'_{v0}$ により無次元化すれば、過圧密応力状態による影響はキャンセルされ正規圧密・過圧密にかかわらず同じ液状化強度になる。

2.2 において導出した力学モデルが予測する液状化強度が、「過圧密応力状態が液状化強度に及ぼす影響」をうまく表現できるかを検証するために、過圧密比 OCR をパラメトリックにかえた応力振幅一定の非排水くり返し単純せん断シミュレーションを行った。

この数値解析では、初期応力条件を等方応力状態 ($K_0 = K_i = 1.0$) と設定した。また、すべての解析ケースにおいて同一密度を想定するために、有効上載圧 σ'_{vi} を 98 (kPa) とした。過圧密比 OCR は、1.0, 2.0, 5.0, 10.0 と設定した。また、数値解析に用いた入力パラメータおよび応力振幅 τ_d 、入力せん断ひずみ増分は 3.1 の数値解析と同様に設定した。

図 9 は、初期有効上載圧 σ'_{vi} により無次元化した応力振幅 τ_d とせん断ひずみ γ が両振幅で 5% に達したときのくり返し回数との関係 (液状化強度曲線) を表している。 OCR が大きい (過圧密な) ほど、液状化強度曲線は右上にシフトし、全体的に液状化強度が高くなるのがわかる。

図 10 は、数値解析の結果と石原ら⁹⁾による実験式との整合性を調べる目的で整理した、 $(OCR)^{0.2}$ を乗じた初期有効上載圧 σ'_{vi} により無次元化した応力振幅 τ_d とせん断ひずみ γ が両振幅で 5% に達したときのくり返し回数との関係を表している。ほとんどすべての解析結果が、 $OCR = 1.0$ の場合の液状化強度曲線上に載る結果となった。数値解析の結果は、石原ら⁹⁾による実験式(18)と整合している。

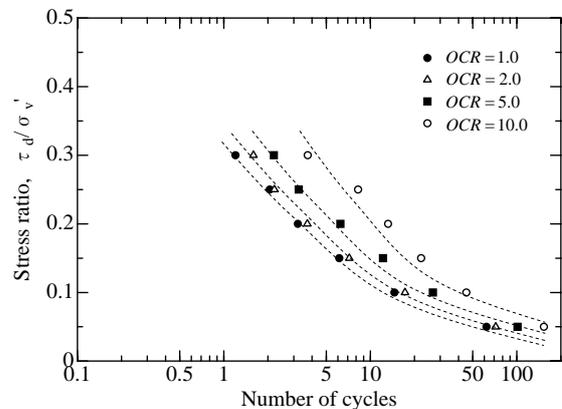


図 9 液状化強度曲線 (過圧密の影響)

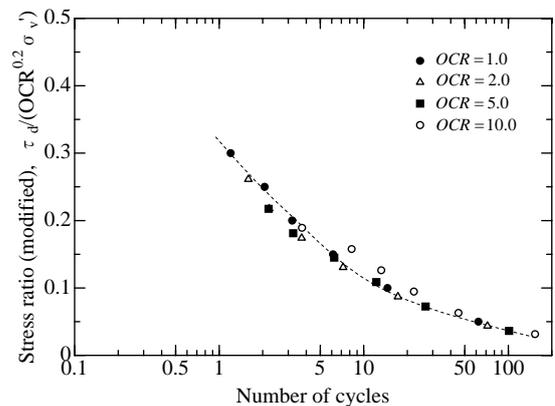


図 10 修正した液状化強度曲線 (過圧密の影響)

3.3 内部構造の相違が液状化強度に与える影響

2.2 において導出した力学モデルが予測する液状化強度が、「砂の内部構造の相違が液状化強度に及ぼす影響」をうまく表現できるかを検証するために、上負荷面の初期の大きさ R_0^* をパラメトリックにかえた応力振幅一定の非排水くり返し単純せん断シミュレーションを行った。この数値解析では、初期応力条件を等方応力状態 ($K_0 = K_i = 1.0$) かつ正規圧密状態と仮定した。ただし、上負荷面を導入した場合、正規圧密状態とは初期応力点が上負荷面上にある状態であるとする。また、すべての解析ケースにおいて同一密度を想定するために、有効上載圧 σ'_{vi} を 98 (kPa) とした。上負荷面の初期の大きさは、1.0, 0.75, 0.5, 0.25 と設定した。初期の上負荷面が大きいほど、内部構造の影響による体積収縮が起りやすい。また、数値解析に用いた入力パラメータおよび応力振幅 τ_d 、入力せん断ひずみ増分は 3.1, 3.2 の数値解析と同様に設定した。

図 11 は、初期有効上載圧 σ'_{vi} により無次元化した応力振幅 τ_d とせん断ひずみ γ が両振幅で 5% に達したときのくり返し回数との関係（液状化強度曲線）を表している。 R_0^* が大きい（内部構造の影響による体積収縮が起りやすい）ほど、液状化強度曲線は左下にシフトし、全体的に液状化強度が低くなることわかる。この傾向は石黒¹⁾による実験結果（図 1 参照）と整合する。砂の内部構造が液状化強度に及ぼす影響を定性的にはあるが表現することができた。

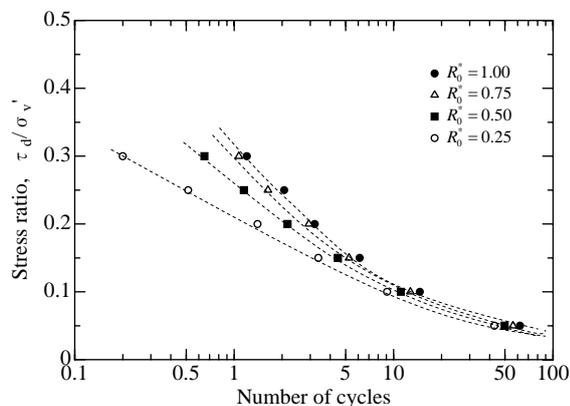


図 11 液状化強度曲線（内部構造の影響）

4. おわりに

本研究では、埋立て地盤の液状化現象を表現できる力学モデルとして、上・下負荷面、回転硬化を導入した修正 Cam-Clay モデルの構築と検証をおこなった。検証方法として、応力振幅一定くり返し単純せん断シミュレーションを行い、応力異方性・過圧密状態・砂の内部構造が液状化強度に与える影響を過去に得られている実験的知見と矛盾なく表現できているか調べた。

応力異方性が液状化強度に及ぼす影響に関する数値解析では、 K_0 値についてのパラメトリックスタディを行った。6 通りの応力振幅について数値計算を行い、最終的に得られた液状化強度曲線は、石原⁸⁾の実験式と整合する結果となった。

過圧密状態が液状化強度に及ぼす影響に関する数値解析では、過圧密比 OCR についてのパラメトリックスタディを行った。6 通りの応力振幅について数値計算を行い、最終的に得られた液状化強度曲線は、石原⁹⁾の実験式と整合していた。

砂の内部構造の相違が液状化強度に及ぼす影響に関する数値解析では、砂の内部構造の影響による体積圧縮特性の相違を表現するために上負荷面モデルを用いた。6 通りの応力振幅についてそれぞれ上負荷面の初期の大きさについてのパラメトリックスタディを行い、最終的に得られた液状化強度曲線は、石黒¹⁾の実験結果を定性的ではあるが表すことができた。

検証結果をまとめると、図 12 のようになる。本研究で導出した力学モデルによって予測される液状化強度曲線は、等方正規圧密状態の砂の液状化強度曲線を基準として、過圧密の影響が大きいと右上にシフトし異方性・骨格構造の影響が大きいと左下にシフトする。この傾向は過去に得られている実験的知見と整合する結果となった。

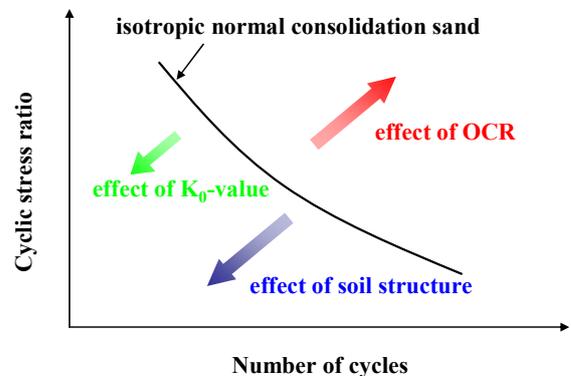


図 12 力学モデルにより予測される液状化強度

参考文献

- 1) Ishiguro, T. (1994). "Study on the vibrational compaction characteristics of saturated sand layers and the countermeasure against liquefaction", Dr. Eng. Thesis, The University of Kyoto. (in Japanese)
- 2) Asaoka, A., Nakano, M., and Noda, T. (2000). Superloading yield surface concept for highly structured soil behavior, Soils and Foundations, Vol. 40, No. 2, 99-110.
- 3) Asaoka, A., Noda, T., Yamada, E., Kaneda, K.

- and Nakano, M. (2002). "An elasto-plastic description of two distinct volume change mechanisms of soils", *Soils and Foundations*, Vol.42, No.5, 47.
- 4) Hashiguchi, K. and Chen, Z.P. (1998). "Elastoplastic constitutive equation of soils with the subloading surface and rotational hardening", *Int. J. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol.22, 197.
- 5) 柴田徹 (1963). 粘土のダイラタンシーについて, 京都大学防災研究所年報 6 号, 128-134.
- 6) Hashiguchi, K. (1980). Constitutive equations of elastoplastic materials with elastic-plastic transition, *Journal of Applied Mechanics ASME*, Vol.47, 266-272.
- 7) Hashiguchi, K. (1989). Subloading surface model in unconventional plasticity, *Int. J. Solids Struct.*, Vol.25, 917-945.
- 8) Ishihara, K., Iwamoto, S., Yasuda, S. and Takatsu, H. (1977). "Liquefaction of anisotropically consolidated sand", *Proceedings of the 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Vol.2, 261.
- 9) Ishihara, K. and Takatsu, H. (1979). Effect of over-consolidation and K_0 conditions on the liquefaction characteristics of sands, *Soils and Foundations*, Vol.19, No.4, 59-68.
- 10) 渡辺俊介, 沼田淳紀, 染谷昇, 國生剛治 (2003) 過圧密履歴を受けた細粒な土の液状化特性, 第 38 回地盤工学研究発表会概要集, 1993-1994.