

粒子一流体系連成計算による液状化地盤の挙動解析

○森口 周二¹⁾, 青木 尊之²⁾

1) 東京工業大学 原子炉工学研究所, smori@sim.gsic.titech.ac.jp

2) 東京工業大学 学術国際情報センター, taoki@gsic.titech.ac.jp

1. はじめに

大規模地震に伴う地盤の液状化現象は、地震力による構造物への被害を増大させるだけでなく、道路・橋梁などの交通網やガス管・水道管などのライフラインに大きなダメージを与え、救援活動や初期復旧の遅延の原因となる。現在の数値解析の枠組みでは、液状化の発生から液状化後の大変形、およびその後の地盤の剛性回復挙動までを連続的な予測が困難である。本研究では、地盤材料を土粒子・間隙流体の混相体として微視的にモデル化し、土粒子と間隙流体の挙動を直接解くことにより、地盤全体として液状化現象を再現するための数値解析手法の開発を目的とする。土粒子の挙動は個別要素法¹⁾ (DEM: Distinct Element Method) を用い、間隙流体の挙動については CFD (Computational Fluid Dynamics) を用いて表現する。また、土粒子と間隙流体の相互作用は、IB (Immerced Boundary) 法²⁾ を用いて、単一粒子と間隙流体の相互作用を表現する。

2. 数値解析手法

2.1 土粒子の挙動解析

土粒子の挙動は DEM を用いて表現する。DEM は離散モデルに基づいて、個々の粒子の運動を解くことにより、粒子群全体としての挙動を表現する解析手法である。個々の粒子の運動は、粒子同士の接触力により決定される。本解析で用いた粒子間力モデルを以下に示す。

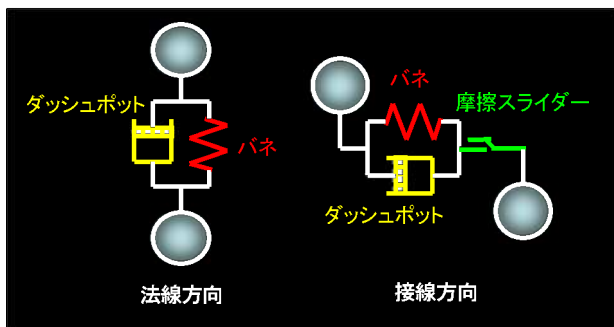


図1 DEM 粒子間モデル

粒子の運動を併進運動と回転運動に分け、次式の運動方程式を解くことにより、各粒子の加速度および角加速度を求め、時間発展計算を行う。

$$m\ddot{u} + C\dot{u} + F = 0 \quad (\text{併進}) \quad (1)$$

$$I\ddot{\phi} + D\dot{\phi} + M = 0 \quad (\text{回転}) \quad (2)$$

u : 粒子間変位 m : 粒子の質量
 ϕ : 回転変位 I : 慣性モーメント
 C, D : 減衰係数 F : 粒子に働く合力
 M : 粒子に働く合モーメント

また、スライダの効果として、接線方向の力に対して、法線方向の力の大きさに依存する閾値を設定しており、この効果は次式で表現される。

$$F_s = \mu F_n \quad (\text{if } F_s > F_n) \quad (3)$$

F_n : 法線方向の力 F_s : 接線方向の力
 μ : 摩擦係数

各種入力パラメータが解析結果に与える影響を調べるために、DEM 解析に用いる各種パラメータ (弾性係数・減衰定数・摩擦係数) を変化させ、粒状材料の安息角を再現するシミュレーションを行った。図2に示すように、サイロ形状の箱の中に粒子を入れ、サイロ下部より粒子を自由落下させ、底面にできる粒子の山の安息角を計算結果より求めた。サイロおよび底面は、全て粒子で表現しており、特殊な境界条件は使用していない。サイロや底面などの物体を粒子の集合体として表現する場合、粒子を密着させて並べても、物体表面には粒子の大きさに依存した凹凸が出来ることになる。そのため、図3のオーバーラップなしの条件で底面を構成した場合粒子が底面の凹凸に入り込み、解析結果に影響を与えることになる。そのため、底面については、図3のオーバーラップありの条件のように、粒子同士を重ね合わせることで、出来るだけ凹凸を小さくした。底面の粒子数がサイロに比べて非常に多くなっているのはそのためである。サイロは排出口付近での目詰まりを防ぐために、上下に振動させた (振動数

3.3Hz)。解析に用いた粒子の直径は 1.0mm であり、サイロと底面を構成する粒子も同じ半径とした。粒子は砂を想定しており、粒子の密度は砂の平均的な粒子密度 (2.6g/cm³) を用いた。

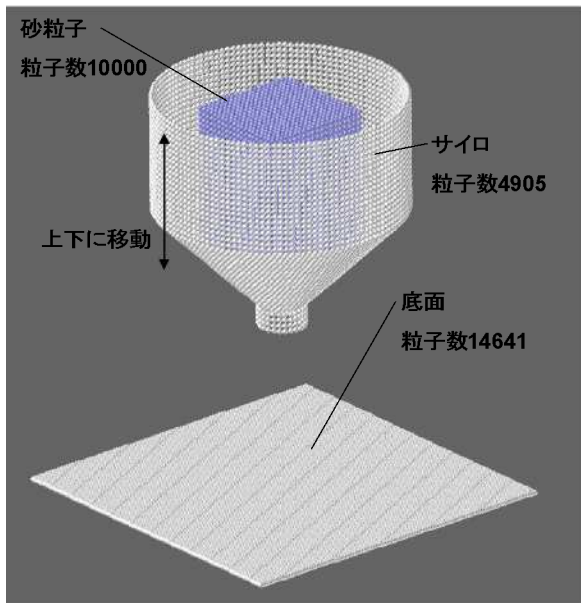


図2 解析初期条件

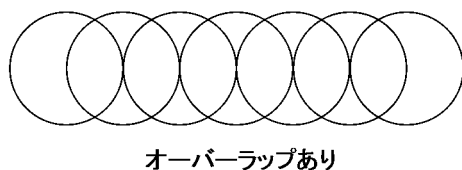
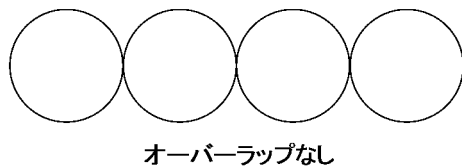


図3 底面条件

解析パラメータの値を変化させて、8種類の解析を行った。粒径や初期状態は全てのケースで共通とし、解析パラメータ（弾性係数、減衰定数、摩擦係数）のみを変化させた。接線方向の弾性係数については、全ケースで一定値とし、その他の解析パラメータを変化させている。表1に各ケースで用いた解析パラメータを示す。Case1の解析パラメータを基準として、Case2,3は摩擦係数、Case4,5は接線方向の弾性係数、Case6,7は法線方向の減衰定数、Case8は接線方向の減衰定数を変化させている。図4は各ケースで得られた粒状材料の最終形状を示している。また、同図内に安息角の値を示している。

表1 安息角再現解析の入力パラメータ

	Kn	Cn	Ks	Cs	μ
Case 1	1.0E+06	1.0E+02	1.0E+02	1.0E+01	0.1
Case 2	1.0E+06	1.0E+02	1.0E+02	1.0E+01	0.3
Case 3	1.0E+06	1.0E+02	1.0E+02	1.0E+01	0.5
Case 4	1.0E+06	1.0E+02	1.0E+03	1.0E+01	0.1
Case 5	1.0E+06	1.0E+02	1.0E+04	1.0E+01	0.1
Case 6	1.0E+06	5.0E+02	1.0E+02	1.0E+01	0.1
Case 7	1.0E+06	1.0E+03	1.0E+02	1.0E+01	0.1
Case 8	1.0E+06	1.0E+02	1.0E+02	1.0E+02	0.1

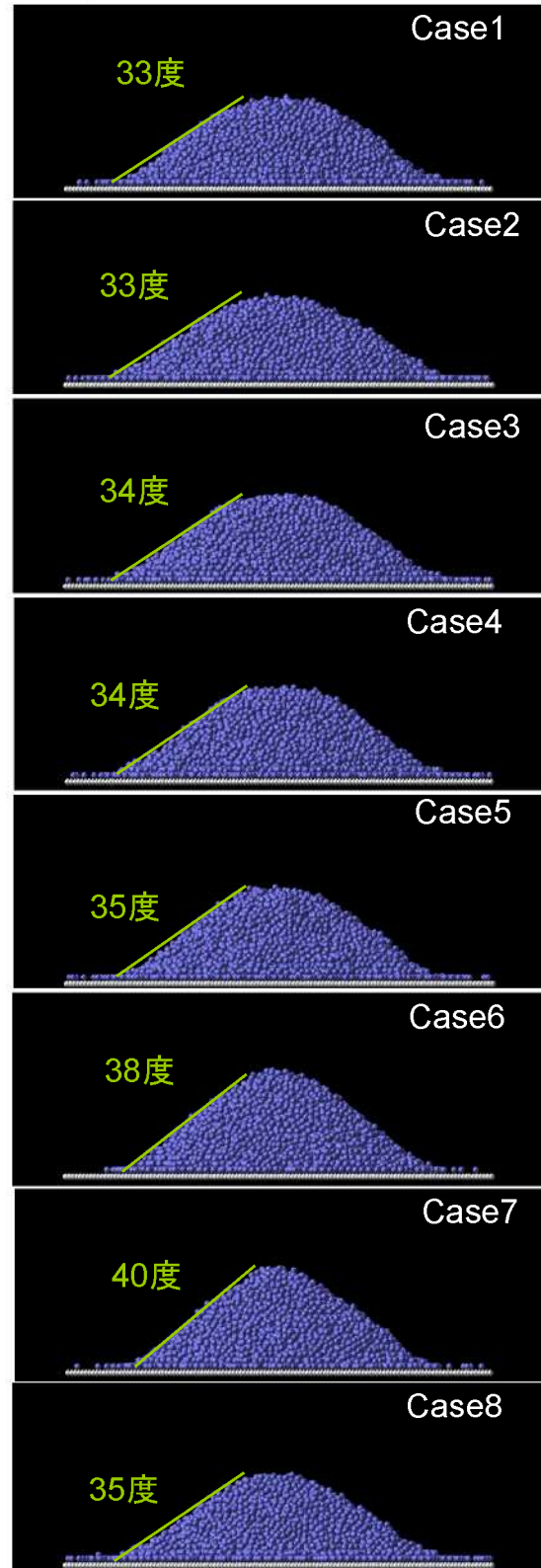


図4 安息角再現解析の結果

上記の結果より、DEM 解析では、法線方向の減衰係数の値が結果に大きな影響を与えることが確認された。その他の係数は計算の安定には寄与するものの、解析結果に大きな影響を与えず、法線方向の減衰係数で調整する必要があることがわかった。

2.2 間隙流体の挙動解析

地盤内に存在する間隙流体は、非圧縮性流体と仮定し、以下の Navier-Stokes 方程式と連続式を支配方程式として解析を行う。

$$\partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (5)$$

$$\partial_t = \partial / \partial t \quad \nu = \mu / \rho$$

\mathbf{u} : 速度ベクトル \mathbf{f} : 外力ベクトル

p : 圧力 ρ : 密度 μ : 粘性係数

ν : 動粘性係数

また、以下の密度関数の移流方程式を解く。

$$\partial_t \phi - (\mathbf{u} \cdot \nabla) \phi = 0 \quad (6)$$

ϕ ($0 \leq \phi \leq 1$) : 密度関数

上記の密度関数の移流方程式を解くことにより、水と空気の境界（自由界面）の位置を捕獲し、空気と水の 2 相混合場の解析が可能となる。水の部分で密度関数の値を 1、空気の部分で 0 とした場合、境界面上での流体の密度および粘性係数を以下のように決定する。

$$\rho = \rho_a(1 - \phi) + \rho_w \phi \quad (7)$$

$$\mu = \mu_a(1 - \phi) + \mu_w \phi \quad (8)$$

ρ_a : 空気の密度 ρ_w : 水の密度

μ_a : 空気の粘性係数 μ_w : 水の粘性係数

計算の手順は、はじめに Navier-Stokes 方程式の移流項・粘性項・外力項を解き、圧力のポアソン方程式を解くことにより得られた圧力で速度を修正している。移流項については CUL (Cubic Lagrange) 法を適用し、その他の部分は差分法を用いて離散化を行った。CUL 法は Semi Lagrange 解法であり、図 5 に示すように、計算点および計算点の上流側 1 点と下流側 2 点の計 4 点の情報から以下の 3 次関数による補間関数を構築する。

$$F_{(x)} = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (9)$$

構築した補間関数を移動流速度に合わせて移動させ

ることにより、次の時間ステップにおける物理量の値を求める。

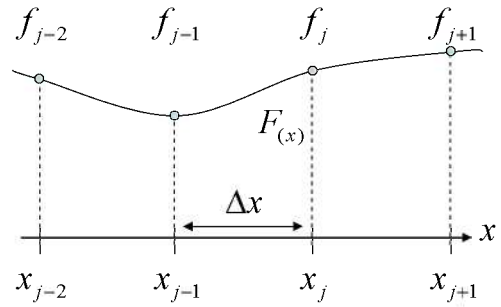


図 5 CUL 法

CUL 法は、近年流体解析の分野で広く用いられている CIP 法や IDO 法と比べれば若干精度は劣るものの、古典的な手法と比べてはるかに高精度な計算が可能であり、物理量のみで計算が可能であるため、計算に必要なメモリーを節約することができるという利点を有している。本研究では、最終的には大規模計算を予定しており、計算メモリーへの配慮が重要になると考え、CUL 法を適用した。

密度関数による界面捕獲では、計算の進行に伴って数値拡散により界面幅が広がる。この界面幅の広がりには解析結果に大きな影響を与える。本研究では、シャープな自由界面を表現するために、密度関数を Tangent 関数により変換する手法³⁾を用いた。

$$H_{(\phi)} = \tan(\pi(\phi - 0.5)) \quad (10)$$

上記の式で変換された密度関数を移流させ、その後逆変換する。この操作により、シャープな界面が達成されるが、計算を安定に進めるためには、ある程度の界面幅が必要になる。特に、水と空気のように密度差が大きい混相流では、界面付近での密度の不連続性は計算破綻の原因となる。そのため、圧力項や粘性項の計算では、必要に応じて密度関数の値を平滑化して用いている。

図 6 は、本研究で作成したプログラムを用いてダムブレイク解析を行った結果である。赤の部分が水、緑の部分が空気を表現している。密度および粘性係数は実際の空気と水の値を用いている。界面はシャープに保たれており、流体の挙動を適切に表現可能であることが確認された。

2.3 粒子-流体間相互作用

粒子と間隙流体の相互作用を表現するために、IB (Immersed boundary) 法を導入した。IB 法は、計算格子に対して物体表面が任意に横切する場合の境界条件を与えることが可能である。そのため、運動する物体を解析の中で取り扱うことが可能であり、粒子と間隙流体の相互作用を表現することができる。

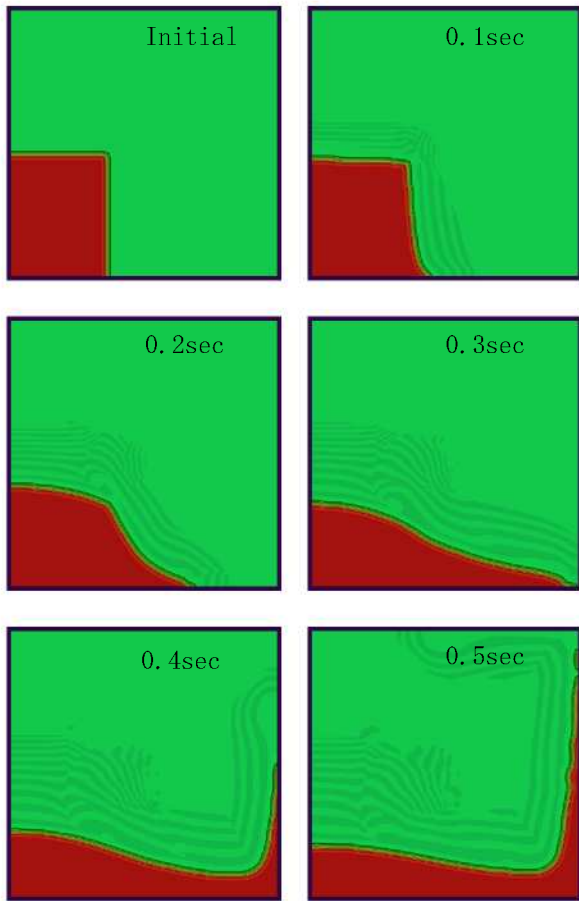


図6 ダムブレイク解析結果

IB 法には Feedback forcing 法⁴⁾と Direct forcing⁵⁾があるが、Feedback forcing 法には扱いにくいパラメータが存在し、計算に必要なメモリの観点からも Direct forcing 法の方が有利であることから Direct forcing 法を採用した。IB 法では、図7に示すように計算格子内に埋め込まれた物体の表面速度 \mathbf{U} と流体側の速度 \mathbf{u} から、流体に作用する付加的な力を算出する。その力を支配方程式の中で考慮することにより、物体表面速度 \mathbf{U} とその近傍の流体速度 \mathbf{u} が一致し、物体表面でのノンスリップ条件が達成される。

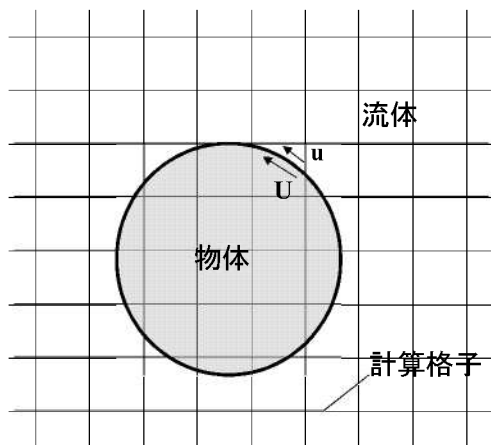


図7 物体と計算格子

Direct forcing 法では、流体に作用する付加的な力は物体表面に隣接する計算点のみで考慮される。

(図8) 通常の計算点では、付加的な力を考慮せず、物体内部の計算点では、物体の運動速度からその点における速度を与える。表面近傍点における付加的な力を計算するために、図9のように、物体近傍点に隣接する計算点の速度 \mathbf{u} と物体表面速度 \mathbf{U} から、表面近傍点における速度 \mathbf{u}' を補間する。その速度を用いて以下の式で付加的な力 \mathbf{F} を計算する。

$$\mathbf{F} = -RHS + \frac{\mathbf{u}' - \mathbf{u}^n}{\Delta t} \quad (11)$$

$$\text{※ } RHS = -(\mathbf{u}^n \cdot \nabla \mathbf{u}^n) - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}^n$$

上記の操作により、物体表面近傍の計算点では、物体から受ける力を考慮して速度が変化することになる。しかし、図9に示した速度の補間方法では、物体が自由に動き回る場合は、補間に用いる計算点の検索や場合分けが煩雑になり、十分に場合分けできないケースも現れる。そのため、図10に示した速度補間方法を導入した。この方法は、常に物体表面の法線方向で速度を補間する。法線方向に仮想計算点を設け、その点の速度を周辺の計算点から求め、その速度と物体表面速度から表面近傍計算点の速度を求める。これにより、補間に際して場合分けが必要なくなり、3次元でも同様な手順で計算を行うことができる。物体表面の任意の点で法線ベクトルが必要になるが、本研究では物体(土粒子)は球形としているため、問題にならない。さらに、物体表面と格子点の交点を検索する必要がないため、計算時間を短縮できる。

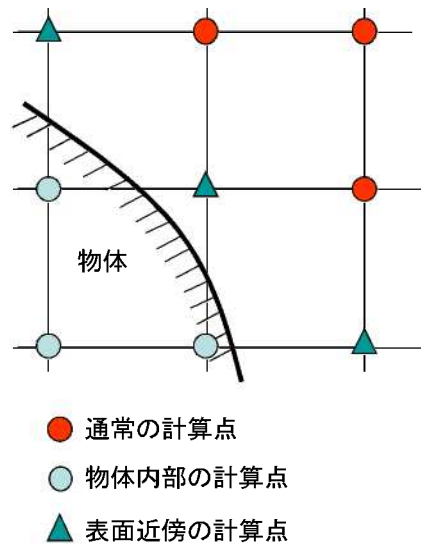


図8 計算点の種類

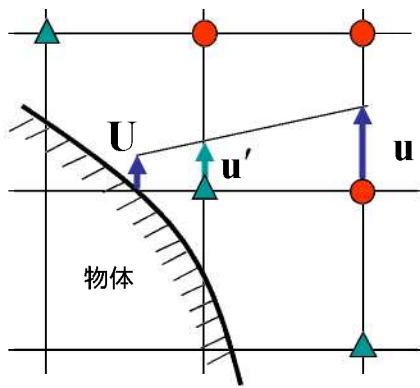


図9 近傍点速度補間方法

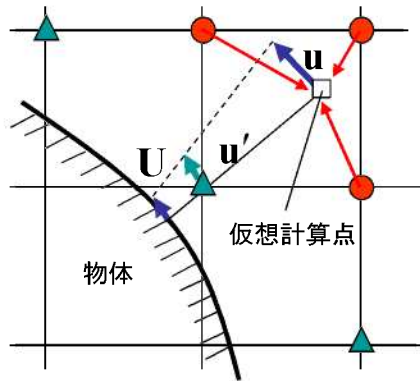


図10 修正型近傍点速度補間方法

土粒子・水・空気を流体解析の中で同時に扱う場合、3相混合場となるため、土粒子の密度関数 ϕ_s を導入する。土粒子の密度関数は、図11および図12に示すように、土粒子表面付近で表面からの距離に応じて線形的に変化させる。このとき、粒子表面から粒子内部および外部に向けて幅 dr の範囲で密度関数を変化させる。これにより、密度関数の連続性を確保し、計算の安定化を図っている。密度関数の値は、各格子点上で土粒子表面からの距離を算出し、粒子の移動に伴って逐次値を更新する。各計算点の密度および粘性係数は、流体の密度関数だけでなく、土粒子の密度関数も考慮して計算している。土粒子が流体から受ける力は、土粒子と圧力の空間勾配を用いて粒子表面に作用する流体力を計算することにより求めている。この力をDEMの計算の中で外力として考慮している。

4. 解析プログラムの検証

解析プログラムの検証のために、粒子の水中への落下をシミュレーションした。密度が水よりも低い粒子（比重0.5）と高い粒子（比重2.0）の2種類の重さの粒子の2ケースについて解析を実施した。また、粒子同士の衝突を確認するために、5個の粒子を落下させた。図13は解析モデルであり、図14・15は、それぞれ粒子比重0.5、粒子比重2.0の場合の解析結果を示している。

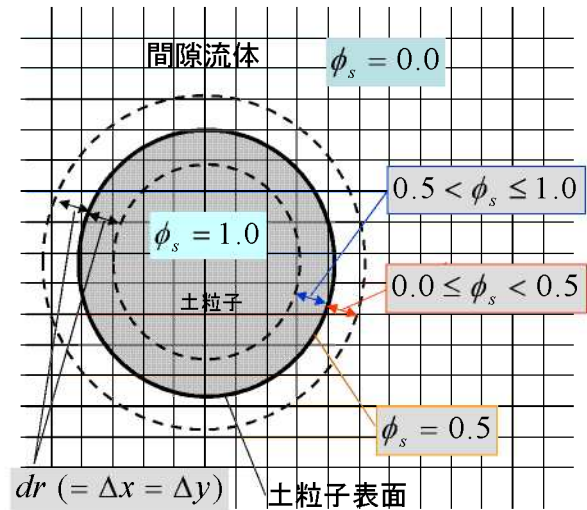


図11 土粒子の密度関数

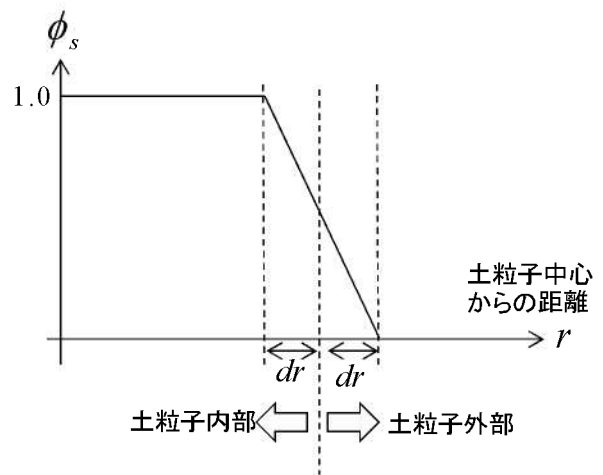


図12 土粒子密度関数と中心からの距離の関係

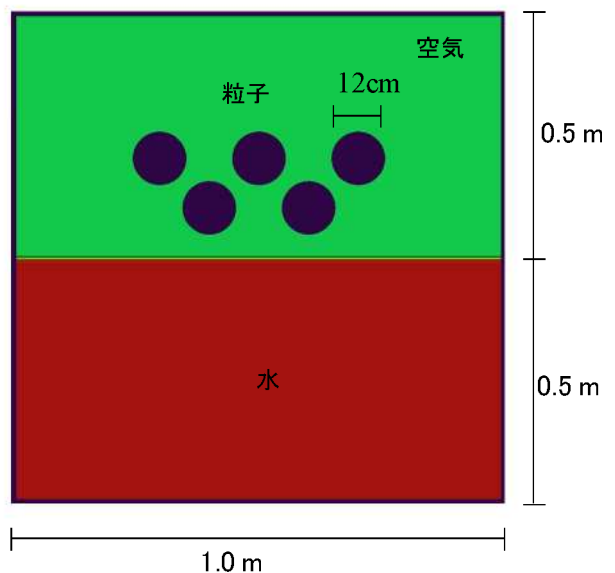


図13 解析モデル（粒子の水中への落下解析）

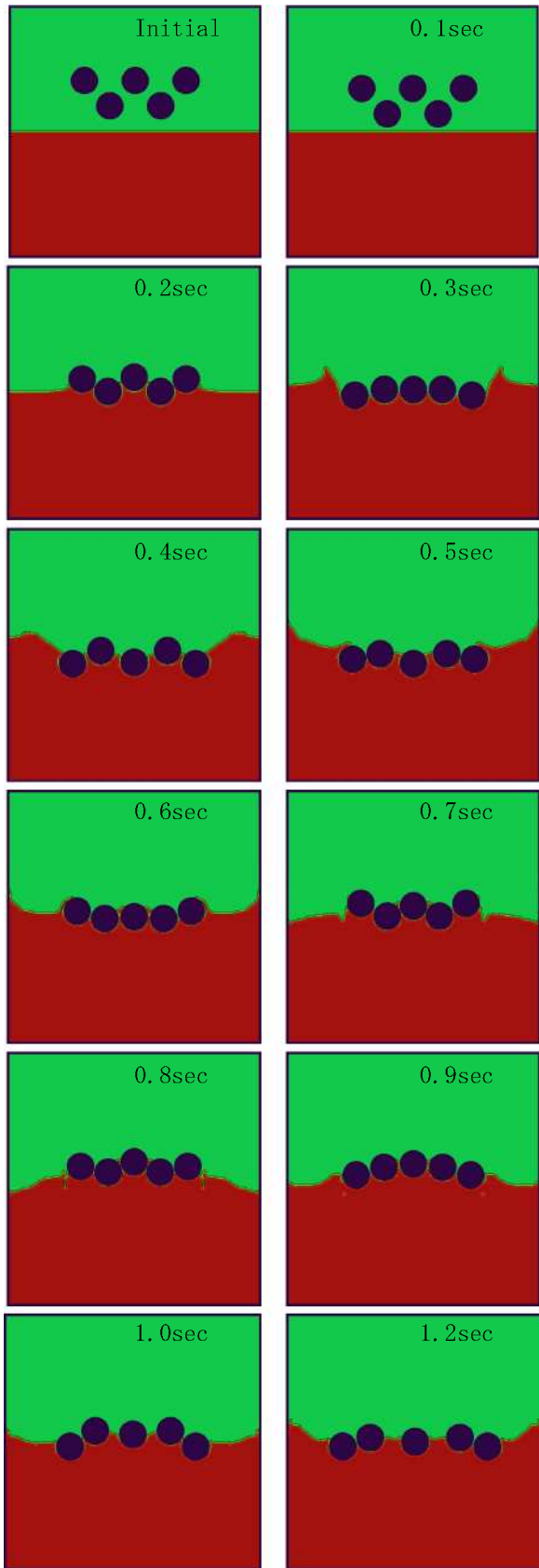


図 14 粒子の水中への落下解析結果
(粒子比重 0.5)

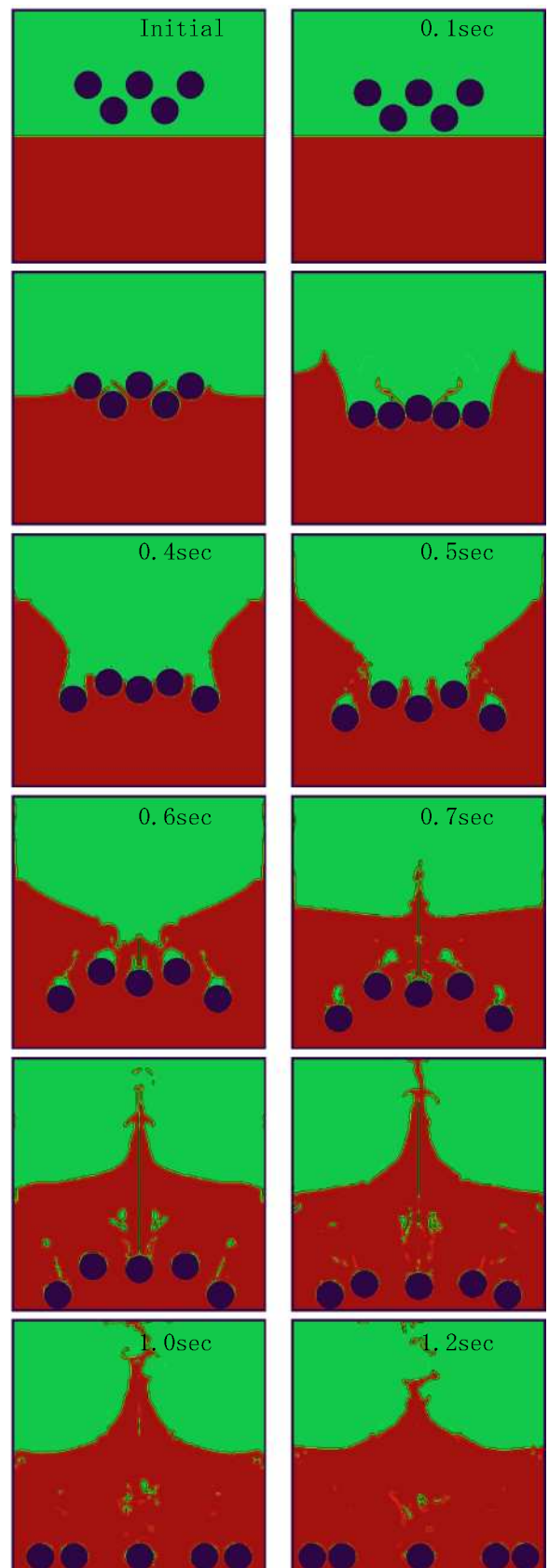


図 15 粒子の水中への落下解析結果
(粒子比重 2.0)

図 13 より、粒子比重が 1 より小さい場合は、粒子が水面上に浮き、水面の振動に伴って粒子同士が衝突していることが確認できる。また、図 14 より、粒子比重が 1 より大きい場合は、落下した粒子は水面に衝突した後、水中に沈降し、水面は大きく振動していることが確認できる。これらの結果より、流体と粒子間の力のやりとりは適切に表現されており、粒子同士の衝突も表現できていることがわかる。

本研究では、最終的には地盤内に存在する土粒子と間隙流体の挙動を解くため、多数の粒子が存在する場での計算が必要になる。そこで、水中に多数の粒子が存在する条件で解析を実施した。ただし、現在のプログラムは並列化等の処理を施しておらず、現実の粒子サイズでの解析は困難であるため、粒子直径を 4cm とし、計 315 個の粒子の水中での挙動を確認した。流体解析に用いた格子点数は 200×200 である。図 16 は本解析に用いた解析モデルである。粒子比重は 2.0 とした。

図 17 は解析結果である。粒子群の沈降に伴って、左右の壁面付近で粒子が上部へ移動していることがわかる。対して粒子群の中央部は一体となって沈降している。これは、図 18 に示した向きの水の動きが発生するためと考えられる。この水の動きによって、粒子は力を受け、もとは四角形を形成していた粒子群は、沈降していく中で楕円に近い形に変化している。これらの現象は、実際の現象に則したものであると思われ、粒子が多数存在する場においても、粒子と流体の力のやりとりを表現できていると考えられる。

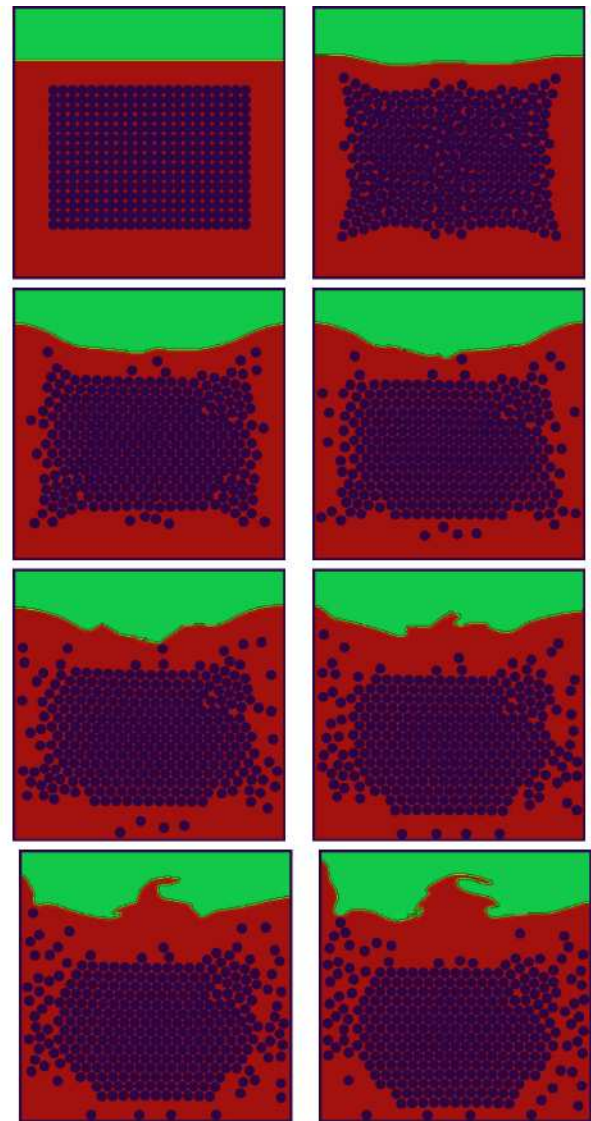


図 17 多数粒子の水中落下解析結果

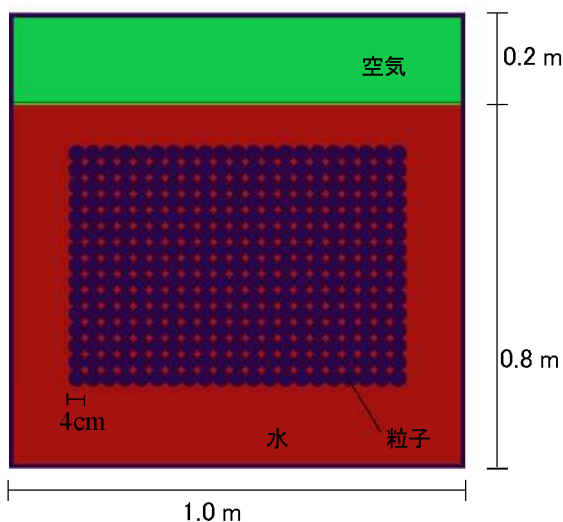


図 16 解析モデル（多数粒子の水中落下解析）

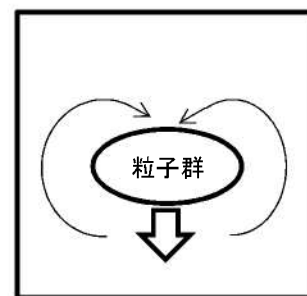


図 18 水の動き

4. まとめ

土粒子と間隙流体の直接計算による液状化地盤の挙動解析を目的として数値解析手法の開発を行った。土粒子の挙動は DEM、間隙流体の挙動は CFD で解き、粒子と流体の相互作用を表現するために IB 法を導入した数値解析手法を構築した。また、各種検証解析を行い、解析プログラムの妥当性を検証した。しかし、本年度は、研究の目的である液状化地

盤の挙動解析まで到達していない。本年度の成果の位置付けを踏まえて、下図では本研究の今後の発展について示している。

図 19 に示すように、本年度は解析手法の構築および解析プログラムの検証で終了している。最終目標である液状化地盤の挙動解析のためには、土粒子の大きさを現実サイズで入力し、間隙流体の挙動解析を行うための計算格子は、土粒子サイズ以下の解像度が求められる。そのため、解析プログラムの並列化は必須技術である。単に並列化を行うだけでなく、並列効率を向上させる計算アルゴリズムの開発や、プログラムのチューニングが必要になる。また、本報告で示した解析プログラムの検証は、粒子と流体の相互作用に関する検証であり、地盤材料を対象としたものではないため、液状化地盤の挙動解析を実施する前に、地盤材料の透水性の再現などの検証を行い、適切な解析パラメータの確認および解析プログラムの精度検証を行う必要がある。さらに、土粒子と間隙流体の直接計算では、従来の連続体理論に基づく構成式は必要なくなるため、解析が非常に難しいとされる不飽和地盤の変形解析にも適用可能である。今後、上記の課題を克服し、液状化地盤および不飽和地盤の変形解析への適用を目指す。

- the heart, J Comput Phys, 10, 1972.
- 3) Yabe T. and Xiao F., Description of complex and sharp interface during shock wave interaction with liquid drop, J. Phys. Soc., Japan, 62, 1993.
 - 4) D. Goldstein et al., Moderating a no-slip flow boundary with a external force field, J. Comp. Phys. 105, 1993
 - 5) J. Mohd-Yusof, Combined immersed boundaries /B-splines methods for simulations of flows in complex geometries, CTR Annual Reserch Briefs, NASA Ames/Stanford University, 1997.

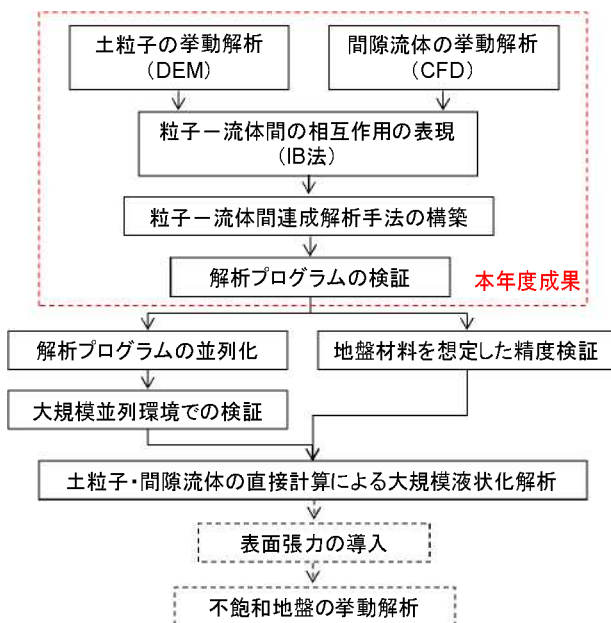


図 19 今後の発展と本年度成果の位置付け

参考文献

- 1) Cundall P. A. et al., A discrete numerical model for granular assemblies, Geotechnique, 29, 47, 1979.
- 2) CS Peskin, Numerical analysis of blood flow in